

El cuadrilátero

Un cuadrilátero es un [polígono](#) que tiene [cuatro lados](#). Los cuadriláteros pueden tener distintas formas, pero todos ellos tienen cuatro [vértices](#) y dos [diagonales](#), y la suma de sus ángulos internos siempre da como resultado 360° .

Todos los cuadriláteros son [cuadrángulos](#), ya que esta [definición](#) se aplica a los [polígonos](#) de cuatro [ángulos](#).

Elementos:

- **Vértices:** Son los puntos de intersección A, B, C y D, de las rectas que forman el cuadrilátero ABCD.
- **Lados:** Son los segmentos AB, BC, CD y DA limitados por dos lados y el vértice común.
- **Ángulos interiores:** Son los ángulos A, B, C y D formados por dos lados y el vértice común.
- **Ángulos exteriores:** Son los ángulos β_1 , β_2 , β_3 y β_4 , formados por un lado, un vértice y la prolongación del lado adyacente.

Clasificación

Los cuadriláteros se clasifican según el paralelismo de sus lados:

1. **PARALELOGRAMO:** es un cuadrilátero que tiene los lados paralelos dos a dos.

Propiedades:

- Los lados opuestos son iguales.
- Los ángulos opuestos son iguales y los consecutivos suplementarios.
- Las diagonales se cortan en el punto medio

Se dividen en:

- **Cuadrado** todos sus lados son iguales, todos sus ángulos interiores son rectos, sus diagonales son iguales y perpendiculares entre sí. Son bisectrices.
- **Rombo** todos sus lados son iguales, sus ángulos interiores no son rectos, son iguales los opuestos, agudos y obtusos, sus diagonales son distintas (mayor y menor) y perpendiculares entre sí, son bisectrices, su circunferencia es inscrita.
- **Rectángulo** sus lados son iguales dos a dos (los paralelos), todos sus ángulos interiores son rectos, todas sus diagonales son iguales pero no son perpendiculares entre sí y su circunferencia es circunscrita.
- **Romboide** sus lados son iguales dos a dos (los paralelos).

2. **TRAPECIOS:** se le llama a un cuadrilátero que tiene dos lados paralelos y otros dos que no lo son. Los lados paralelos se llaman *bases* del trapecio y la distancia entre

ellos *altura*. Se denomina *mediana* al segmento que tiene por extremos los puntos medios de los lados no paralelos.

Propiedades:

- La mediana de un trapecio es igual a la semisuma de sus bases.
- En todo el trapecio, el segmento de recta que une los puntos medios de las diagonales, es igual a la semidiferencia de las bases.
- Los ángulos adyacentes a una misma base de un trapecio isósceles son iguales y los ángulos opuestos son suplementarios.
- Las diagonales de un trapecio isósceles son iguales.

Se divide en:

- **Trapezio rectángulo** es el que tiene un lado perpendicular a sus bases. Tiene dos ángulos internos rectos, uno agudo y otro obtuso.
- **Trapezio isósceles** es el que tiene los lados no paralelos de igual medida. Tiene dos ángulos internos agudos y dos obtusos, que son iguales entre sí. Las diagonales son congruentes. la suma de los ángulos opuestos es 180° .
- **Trapezio escaleno** es el que no es isósceles ni rectángulo, la medida de sus lados da como resultado medidas diferentes. Sus cuatro ángulos internos poseen diferentes medidas.

3. TRAPEZOIDE: Un cuadrilátero sin lados paralelos recibe el nombre de trapezoide.

Propiedades: Los lados consecutivos de un trapezoide simétrico son iguales dos a dos y la diagonal que une los vértices donde concurren los lados iguales es bisectriz de los ángulos respectivos.

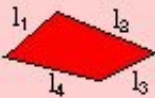
Se divide en:

- **Trapezoide simétrico o deltoide:** tiene la forma de una cometa (volantín), con dos pares de lados iguales. Sus diagonales son perpendiculares y bisectrices de los ángulos de los vértices.
- **Trapezoide asimétrico:** Son cuadriláteros que no tienen lados paralelos ni eje de simetría.


Perímetros

CUADRILATEROS

$P = l_1 + l_2 + l_3 + l_4$

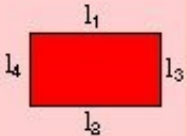


Si tiene dos lados iguales $l_1 = l_2$ entonces:



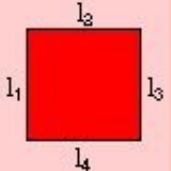
$P = 2 \times l_1 + l_3 + l_4$

Si tiene dos pares de lados iguales $l_1 = l_2$
 $l_3 = l_4$



$P = 2 \times l_1 + 2 \times l_3$

Si tiene todos sus lados iguales $l_1 = l_2 = l_3 = l_4$



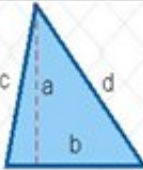

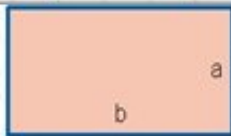

$P = 4 \times l_1$

El **perímetro del cuadrilátero** es la suma de la longitud de cada lado del cuadrilátero. Con el fin de realizar el cálculo, hay que medir cada lado del cuadrilátero. Si conoce la forma de la figura, se pueden realizar algunos atajos para el cálculo.

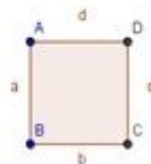
Para conocer el perímetro de un polígono cualquiera debemos medir y sumar las longitudes de sus lados. Algunas figuras, debido a que tienen lados iguales, tienen fórmulas fáciles y rápidas con las que podemos calcular su perímetro.

Área de los cuadriláteros

Perímetros y áreas de los polígonos

Nombre	Dibujo	Perímetro	Área
Triángulo		P = Suma de los lados $P = b + c + d$	$A = \frac{b \cdot a}{2}$ $A = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$ p = semiperímetro
Cuadrado		$P = 4 \cdot a$	$A = a^2$
Rectángulo		$P = 2(b + a)$	$A = b \cdot a$
Rombo		$P = 4 \cdot a$	$A = \frac{D \cdot d}{2}$

Perímetro (P) y Área (A) del CUADRADO



$P = a + b + c + d$

y como $a = b = c = d$, entonces $P = 4 \cdot a$

$A = \text{base} \cdot \text{altura}$

y como base = b y altura = a y además $a = b$, entonces $A = a^2$

Perímetro (P) y Área (A) del RECTÁNGULO



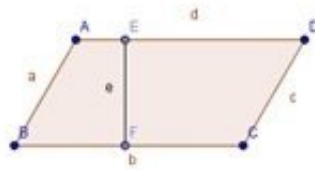
-
 $P = a + b + c + d$

y como $a = c$ y $b = d$, entonces $P = 2 \cdot a + 2 \cdot b$

$A = \text{base} \cdot \text{altura}$

y como $\text{base} = b$ y $\text{altura} = a$, entonces $A = a \cdot b$

Perímetro (P) y Área (A) del PARALELOGRAMO

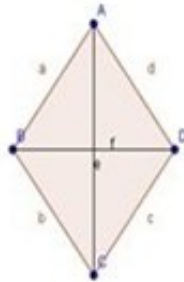


$P = a + b + c + d$

y como $a = c$ y $b = d$, entonces $P = 2 \cdot a + 2 \cdot b$

$A = \text{base} \cdot \text{altura}$

y como $\text{base} = b$ y $\text{altura} = e$, entonces $A = b \cdot e$



Perímetro (P) y Área (A) del ROMBO

$P = a + b + c + d$

y como $a = b = c = d$, entonces $P = 4 \cdot a$

$A = A(\text{triáng. ABD}) + A(\text{triáng. BDC})$

$A(\text{triáng. ABD}) = A(\text{triáng. BDC})$

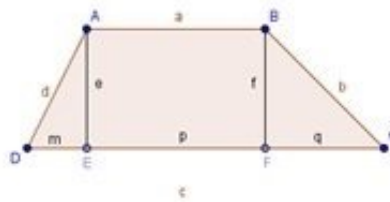
$A = 2 \cdot A(\text{triáng. ABD})$

$A(\text{triáng. ABD}) = (\text{base} \cdot \text{altura}) : 2 = (f \cdot \frac{1}{2} e) : 2$

$A = 2 \cdot (f \cdot \frac{1}{2} e) : 2 = 2 \cdot (f \cdot \frac{1}{2} e) : 2 = (f \cdot \frac{1}{2} e) = (f \cdot e) : 2$

Finalmente como **f** y **e** son las diagonales del rombo, comúnmente llamadas diagonal menor (d) y diagonal mayor (D): **$A = (d \cdot D) : 2$**

Perímetro (P) y Área (A) del TRAPECIO



$P = a + b + c + d$

y como los lados son todos diferentes,

salvo en el trapecio isósceles

tenemos: **$P = a + b + c + d$**

$A = A(\text{triáng. DAE}) + A(\text{triáng. BCF}) + A(\text{rectáng. ABFE})$

donde

$A(\text{triáng. DAE}) = (\text{base} \cdot \text{altura}) : 2 = (m \cdot e) : 2 = (m \cdot f) : 2$ (porque $e = f$)

$A(\text{triáng. BCF}) = (\text{base} \cdot \text{altura}) : 2 = (q \cdot f) : 2$

$A(\text{rect. ABFE}) = \text{base} \cdot \text{altura} = p \cdot f$

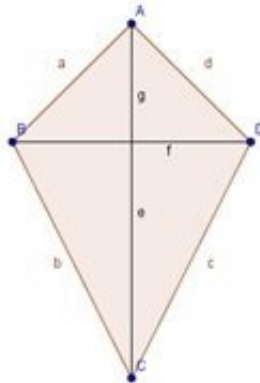
entonces **$A = (m \cdot f) : 2 + (q \cdot f) : 2 + p \cdot f =$**

$= \frac{m \cdot f}{2} + \frac{q \cdot f}{2} + 2 \cdot p \cdot f = f \cdot (\frac{m}{2} + \frac{q}{2} + 2 \cdot p) = f \cdot (\frac{m + q + 4 \cdot p}{2})$

Como $m + q + p =$ Base mayor del trapecio (B)

$p =$ base menor del trapecio (b) , tenemos que **$A = (b + B) \cdot f : 2$**

Perímetro (P) y Área (A) del ROMBOIDE



$P = a + b + c + d$

y como $a = d$ y $c = b$, entonces $P = 2 \cdot a + 2 \cdot b$

$A = A(\text{triáng. ABD}) + A(\text{triáng. BDC})$

donde $A(\text{triáng. ABD}) = (\text{base} \cdot \text{altura}) : 2 = (f \cdot g) : 2$

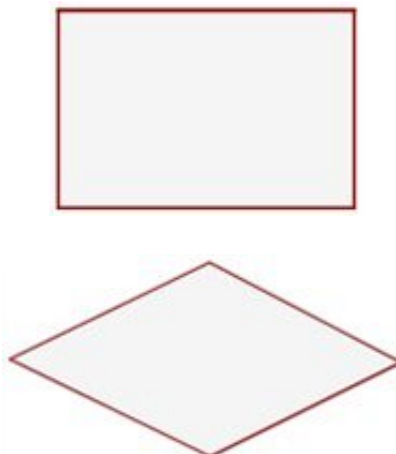
y $A(\text{triáng. BDC}) = (\text{base} \cdot \text{altura}) : 2 = (f \cdot e) : 2$

entonces **$A = (f \cdot g) : 2 + (f \cdot e) : 2 = (f \cdot g + f \cdot e) : 2 = f \cdot (g + e) : 2$**

Finalmente, como f y $(g + e)$ son las diagonales del romboide,

comúnmente llamadas diagonal menor (d) y diagonal mayor (D): $A = (d \cdot D) : 2$

PARALELOGRAMO





Cuadrado Rectángulo Rombo



Romboide





TRAPECIO



Trapezio rectángulo Trapezio Isósceles Trapezio Escaleno

TRAPEZOIDE



CUADRILÁTEROS: Polígonos de 4 lados y 4 vértices cuyos ángulos suman 360° .			
PARALELOGRAMOS: Lados paralelos dos a dos (2 pares de lados paralelos).			
<p>CUADRADO</p> <ul style="list-style-type: none"> ▪ 4 lados iguales. ▪ 4 ángulos de 90°. ▪ Diagonales: <ul style="list-style-type: none"> - Iguales - Perpendiculares - Se bisecan 	<p>RECTÁNGULO</p> <ul style="list-style-type: none"> ▪ Lados iguales 2 a 2. ▪ 4 ángulos de 90°. ▪ Diagonales: <ul style="list-style-type: none"> - Iguales - Oblicuas - Se bisecan 	<p>ROMBO</p> <ul style="list-style-type: none"> ▪ 4 lados iguales. ▪ 4 ángulos distintos de 90°. ▪ Diagonales: <ul style="list-style-type: none"> - Desiguales - Perpendiculares - Se bisecan 	<p>ROMBOIDE</p> <ul style="list-style-type: none"> ▪ Lados iguales 2 a 2. ▪ Ángulos iguales 2 a 2. ▪ Diagonales: <ul style="list-style-type: none"> - Desiguales - Oblicuas - Se bisecan
			
TRAPECIOS: Dos lados paralelos (Un par de lados paralelos).			TRAPEZOIDES: No tiene lados paralelos.
TRAPECIOS RECTÁNGULOS	TRAPECIOS ISÓSCELES	TRAPECIOS ESCALENOS	
<ul style="list-style-type: none"> ▪ 2 lados paralelos. ▪ 2 ángulos de 90°. ▪ Diagonales: <ul style="list-style-type: none"> - Desiguales - Oblicuas - No se bisecan 	<ul style="list-style-type: none"> ▪ 2 lados paralelos. ▪ Áng. iguales 2 a 2. ▪ Diagonales: <ul style="list-style-type: none"> - Iguales - Oblicuas - No se bisecan 	<ul style="list-style-type: none"> ▪ 2 lados paralelos. ▪ 4 ángulos desiguales. ▪ Diagonales: <ul style="list-style-type: none"> - Desiguales - Oblicuas - No se bisecan 	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Ningún lado paralelo. ▪ 4 ángulos desiguales. ▪ Diagonales: <ul style="list-style-type: none"> - Desiguales - Oblicuas - No se bisecan
