

Cuestionario de preguntas frecuentes de Programación lineal

CUESTIONARIO

¿Qué es programación lineal?

La programación lineal es un procedimiento o algoritmo matemático mediante el cual se resuelve un problema indeterminado, formulado a través de ecuaciones lineales, optimizando la función objetivo, también lineal.

¿Cómo surge un problema real de optimización?

La Optimización puede considerarse como la búsqueda de la mejor solución (solución óptima) de un problema. El abordar un problema real de Optimización supone básicamente dos etapas:

- Determinar el modelo matemático que rige el problema.
- Resolver dicho problema usando una serie de técnicas matemáticas.

Define:

Problema de programación lineal (solución única)

Un problema de programación lineal consta de una función objetivo (lineal) por maximizar o minimizar, sujeta a ciertas restricciones en la forma de igualdades o desigualdades.

Función objetiva

La función objetiva es la función por optimizar (maximizar o minimizar)

Restricciones

Las restricciones representan condiciones que es preciso satisfacer. Sistema de igualdades y desigualdades (? o ?)

Ejemplo:

Maximizar $P = X + 1.2Y$

Sujeto a $2X + Y \leq 180$

$X + 3Y \leq 300$

$X \geq 0$

$Y \geq 0$

Función objetivo

Restricciones

Los tipos de restricciones pueden ser:

- **De no negatividad:** garantizan que ninguna variable de decisión sea negativa
- **Estructurales:** reflejan factores como la limitación de recursos y otras condiciones que impone la situación del problema.

Las restricciones pueden ser de la forma:

Tipo 1:

$$A_j = \sum_{i=1}^N a_{i,j} \times X_i$$

Tipo 2:

$$B_j \leq \sum_{i=1}^N b_{i,j} \times X_i$$

Tipo 3:

$$C_j \geq \sum_{i=1}^N c_{i,j} \times X_i$$

Donde:

- **A** = valor conocido a ser respetado estrictamente;
- **B** = valor conocido que debe ser respetado o puede ser superado;

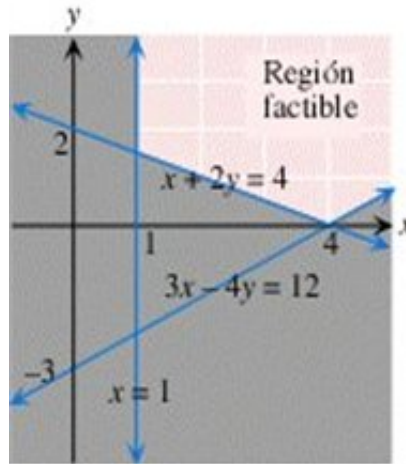
- **C** = valor conocido que no debe ser superado;
- **j** = número de la ecuación, variable de 1 a **M** (número total de restricciones);
- **a**; **b**; **y**, **c** = coeficientes técnicos conocidos;
- **X** = Incógnitas, de 1 a **N**;
- **i** = número de la incógnita, variable de 1 a **N**.

En general no hay restricciones en cuanto a los valores de **N** y **M**. Puede ser **N = M**; **N > M**; ó, **N < M**.

Sin embargo si las restricciones del Tipo 1 son N, el problema puede ser determinado, y puede no tener sentido una optimización.

Los tres tipos de restricciones pueden darse simultáneamente en el mismo problema.

Región factible



La región factible determinada por un conjunto de desigualdades lineales es el conjunto de puntos que satisfacen a la vez todas las desigualdades.

La región factible determinada por el siguiente conjunto de desigualdades es la región no sombreada mostrada más abajo (incluyendo su frontera).

- $3x - 4y \leq 12,$
- $x + 2y \leq 4$
- $x \leq 1$
- $y \geq 0.$

Definir:

Método analítico

Este método también denominado de los vértices. El siguiente resultado, denominado

teorema fundamental de la programación lineal, nos permite conocer otro método de solucionar un programa con dos variables: *“En un programa lineal con dos variables, si existe una solución única que optimice la función objetivo, ésta se encuentra en un punto extremo (vértice) de la región factible acotada, nunca en el interior de dicha región. Si la función objetivo toma el mismo valor óptimo en dos vértices, también toma idéntico valor en los puntos del segmento que determinan. En el caso de que la región factible no es acotada, la función lineal objetivo no alcanza necesariamente un valor óptimo concreto, pero, si lo hace, éste se encuentra en uno de los vértices de la región”*

Método gráfico

El Método gráfico o de las rectas de nivel; las rectas de nivel dan los puntos del plano en los que la función objetivo toma el mismo valor.

Método simplex

Este método no resulta práctico cuando el número de variables se aumenta a tres, y con más variables resulta imposible de utilizar. Ahora se examinará una técnica diferente, el método simplex, cuyo nombre está asociado en análisis más avanzados a un objeto geométrico al que se denomina simplex. El método simplex comienza con una solución factible y prueba si es o no óptima. Si no lo es, el método sigue a una mejor solución. Se dice mejor en el sentido de nueva solución no es óptima, entonces se repite el procedimiento. En algún momento el método simplex conduce a una solución óptima, si es que existe.

Este método consiste en la utilización de una tabla para su solución como la siguiente:

Tabla I. Iteración nº 1

Base	Cb	P0	3	2	0	0	0
			P1	P2	P3	P4	P5
P3	0	18	2	1	1	0	0
P4	0	42	2	3	0	1	0
P5	0	24	3	1	0	0	1
Z		0	-3	-2	0	0	0