

Conos en rotación

CONO DE ROTACION

Planteamiento del problema

Un trompo en la forma de un cono circular recto de altura h y radio b de la base gira respecto al eje vertical Z de un sistema coordenado x y z unido a una marca newtoniano A

El eje geometrico oo' del cono esta fijo en el plano x y z de los ejes x y z unidos al marco B y gira respecto al eje z con velocidad angular. Simultaneamente, el cono gira alrededor de su eje geometrico con velocidad angular

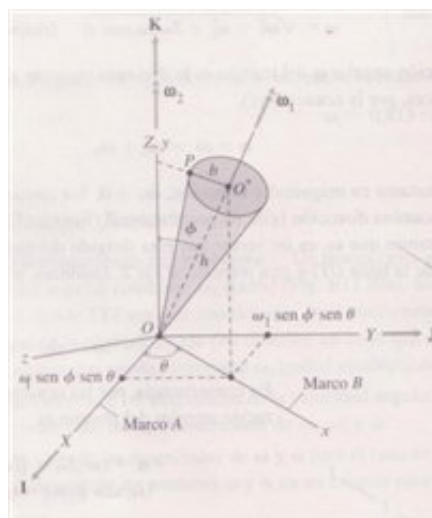


Figura: E17.21a

1. Obtenga formulas para la velocidad angular total y la rapidez angular del cono en terminos de ω_1 , ω_2 , θ .
2. Verifique que para $\theta = 0$ el resultado de la parte a concuerda con el resultado de la parte a del ejemplo anterior
3. Obtenga una formula para la velocidad del punto p en terminos de $h, b, \omega_1, \omega_2, \theta$.

Expreses ω en terminos de los siguientes datos :

$h = 150 \text{ mm}$ $b = 50 \text{ mm}$

$\omega_1 = 4 \text{ rad/s}$ $\omega_2 = 0.8 \text{ rad/s}$

La velocidad angular total del cono es

$(\omega_1 \cos \theta) \mathbf{I} + (\omega_1 \sin \theta) \mathbf{J} + (\omega_2) \mathbf{K}$

=K

son vectores unitario dirigidos a lo largo de los ejes x, y y z, respectivamente.

las ecuaciones (a),(b) y (c) se puede cambiar para dar

$$= \mathbf{i} + \mathbf{j} + \mathbf{k}$$

Donde $\cos \alpha = \frac{a}{h}$, $\cos \beta = \frac{b}{h}$, $\cos \gamma = \frac{c}{h}$

La proyecciones (X,Y,Z) de \mathbf{r}_P por el teorema de pitagora, la magnitud de la velocidad angular es

=

Donde α y β son las ecuaciones de \mathbf{r}_P . Observe en particular, que cuando $\alpha = 0$, $\mathbf{r}_P = h \mathbf{i}$ y $\mathbf{v} = \omega h \mathbf{j}$ (Fig E17.21.a)

b. Cuando $\alpha = 90^\circ$, las ecuaciones (a), (b) y (c) dan

$$\mathbf{r}_P = h \mathbf{j} + h \mathbf{k}$$

La ecuacion (f) concuerda con la ecuacion (c) del ejemplo 17.20

C. Para determinar la velocidad del punto **P**, observamos de la figura E 17.21b que las coordenadas de **P** respecto xy son:

Y el vector de **P** respecto a los ejes XYZ son:

Por la ecuacion (17.9), con respecto a las ecuaciones (d) e (i), tenemos

Sustituyendo las ecuaciones (e) y (h) en la ecuacion (j) , obtenemos, despues de algunas simplificaciones,

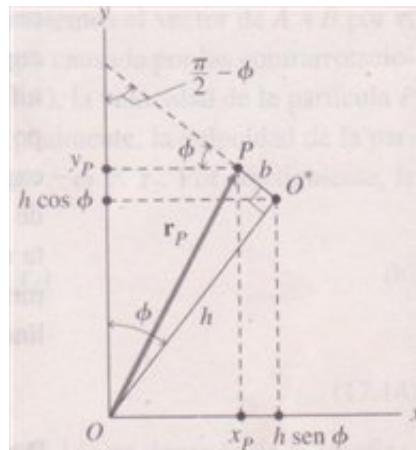


Figura E17.21b

4. Por consiguiente para θ , $h = 150 \text{ mm}$, $b = 50 \text{ mm}$, y ϕ , las ecuaciones (e) y (k) a la (n) dan

s
o
.

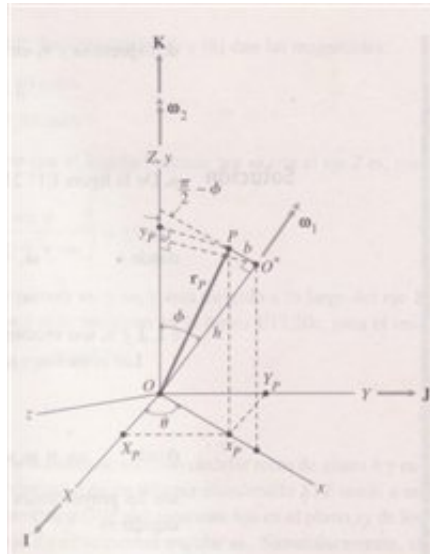


Figura E17.21c

CONCLUSIÓN

El movimiento de rotación es aquel que un cuerpo realiza sobre su propio eje, manteniéndose a una distancia constante del punto de referencia utilizado, para medir sus cantidades se mide el ángulo que ha girado el cuerpo en una determinada unidad de tiempo, esta medida se realiza en radianes, la cual puede ser medida en vectores.

Los cuerpos que realizan un movimiento sobre su propio eje poseen un momento de inercia, el cual es la resistencia que opone el cuerpo a cambiar su movimiento, un ejemplo claro es el de los bailarines de ballet, que al empezar a girar con los brazos abiertos lo hacen con un movimiento lento, al cerrar los brazos su movimiento se acelera porque su momento de inercia se reduce, esto quiere decir que se encuentra menos resistencia al cambio y por ende el movimiento se efectúa más rápido.

Las superficies vistas en el trabajo adquieren especial importancia cuando resultan engendradas por rotación de una curva alrededor de un eje. En estos casos las ecuaciones reducidas se simplifican notablemente al ser iguales al menos dos de los parámetros que en ellas intervienen. Como tales, estas superficies se caracterizan por la existencia de un plano

sobre el cual la sección producida por la figura es una circunferencia.

BIBLIOGRAFIA

INGENIERIA MECANICA: DINAMICA

ARTHUR P. BORES I RICHARD J. SCHMIDT

Thomsom Learning

2001

[Htt://www.thmsomlearning.com.mx](http://www.thmsomlearning.com.mx)

RESUMEN

La rotación es el movimiento de cambio de orientación de un cuerpo o un sistema de referencia de forma que una línea (llamada *eje de rotación*) o un punto permanece fijo.

La rotación de un cuerpo se representa mediante un operador que afecta a un conjunto de puntos o vectores. El movimiento rotatorio se representa mediante el vector velocidad angular ω

, que es un vector de carácter deslizante y situado sobre el eje de rotación. Cuando el eje pasa por el centro de masa o de gravedad se dice que el cuerpo «gira sobre sí mismo».

El teorema de rotación de Euler dice que cualquier rotación o conjunto de rotaciones sucesivas puede expresarse siempre como una rotación alrededor de una única dirección o eje de rotación principal. De este modo, toda rotación (o conjunto de rotaciones sucesivas) en el espacio tridimensional puede ser especificada a través del eje de rotación equivalente definido vectorialmente por tres parámetros y un cuarto parámetro representativo del ángulo rotado. Generalmente se denominan a estos cuatro parámetros *grados de libertad de rotación*.

Los conos en rotación pueden emplearse para los ejes que no son paralelos, ni se encuentran valiéndose de un cono intermedio.

Un vector rotatorio es considerado como uno cuya dirección cambia con el tiempo pero cuya magnitud es constante.

Este trabajo estaremos viendo los problemas más comunes de conos en rotación, junto a sus fórmulas, las formas de resolución y sus respuestas.