La influencia de la lógica en las matemáticas

INTRODUCCIÓN

Cómo motivar a los estudiantes a estudiar matemáticas? Cómo hacer para que los estudiantes les guste la matemáticas? Estas ay otras preguntas similares se hacen los docentes. Pero como punto de partida para penetrar en el complejo y sugerente mundo de las matemáticas, es necesario tener un conocimiento previo de la lógica matemática y dominio de los métodos inductivo y el deductivo por parte del docente, ya que esta especialidad es perfectamente representativa y considerada como la forma más antigua del pensamiento científico. Ninguna otra disciplina posee, como las matemáticas, un grado tan profundo y preciso el factor de abstracción entendido ésta como actividad intelectual que consiste en considerar aisladamente un aspecto de la realidad o un fenómeno en sus estrictas dimensiones y cualidades, aislándolo del todo con la finalidad de poder conocerlo mejor. Estos carácter rísticos ha permitido el desarrollo de las matemáticas en dos planos diferenciados uno como ciencia en sí misma y otro, quizás el más importante, como ciencia auxiliar fundamental de otras disciplinas.

Como ciencias en sí mismo, las matemáticas son un excepcional ejercicio para el desarrollo de la mente y de la capacidad intelectual. De ahí su importancia en los estudios de formación primaria y media, como instrumentos para orientar las mentalidades jóvenes hacia un nivel superior dentro del complejo de la ciencia y el razonamiento preciso para penetrar en el complejo y sugerente mundo de las matemáticas.

Todo acto docente lleva implícito hacer cambio o innovaciones educativas y está investigación esta vinculada con el rendimiento académico, que presentan los niños y niñas en el nivel primario y secundario, por el cual se tiene implícito hacer cambios o crear innovaciones que contenga los contenidos matemáticos necesarios para obtener un buen rendimiento de los alumnos en la asignatura de matemáticas.

I- ELEMENTOS FUNDAMENTALES DE LA LOGICA.

1. EL CONCEPTO

Según en el texto del Prof. Julio César Ortiz B. , “La Lógica, visto etimológicamente, ésta significa:” Arte, discurso, razón, la procedencia o raíz de este concepto es griego.

La Lógica es la ciencia que estudia las condiciones de los pensamientos válidos. Lógica es la ciencia que trata de las formas y leyes del pensar.

También definimos lógica como la rama o disciplina filosófica que estudia el pensamiento. Todas esta definiciones, en términos generales, son aceptables y correctas.

En Lógica se entiende por pensamiento todo aquello que reproduce un objeto. El pensamiento es la imagen o reflejo de cualquier objeto o contenido de conciencia”

Por otro lado, en la lógica tradicional el concepto constituye una acción intelectual que recoge la variada multiplicidad de uno o varios hechos. En el concepto se recogen las notas que caracterizan uno o más objetos, siendo una representación mental de las cosas en el plano del entendimiento.

Desde la moderna teoría semántica, sin embargo, el concepto se aborda ya extensionalmente, ya intencionalmente. Desde el punto de vista extencional, los conceptos son funciones desde la clase o conjunto de objetos (Universo) en el conjunto de valores de verdad (verdaderos, falso). Se trata, pues, de una función C: O (verdadero, o falso). Desde el punto de vista intencional, un concepto se puede entender como un conjunto de construcciones cerradas. Una construcción es una función, aunque no en el sentido extensional, no es, pues, un simple mapeo, sino un tipo de prescripción; es decir, dichas funciones hacen algo más que simplemente asociar argumentos y valores, sino que además toan en cuenta los “pasos del calculo”. Aunque no debemos confundir estos paso con un “algoritmo”. De una construcción se dice que es cerrada” cuando no contiene variables libres.

Existen dos tipos de conceptos los conceptos ilegítimos, que en la lógica tradicional se hace una distinción entre conceptos legítimos e ilegítimos, los conceptos ilegítimos son contradictorios por ejemplo, “verdad falsa” o “falsa verdad”. “justicia injusta” etc. El concepto legítimos son los contrario a los ilegítimos.

2. DEFINICIÓN

Dada una expresión E, definir E es expresar el sentido o las condiciones de uso de E. Sólo se definen expresiones: un término, un predicado, una clase, etc, nunca se definen cosas, Al definir “manzana” nos referimos a sus referentes a un objeto con tales y tales características, pero no se definen las manzanas en sí mismas. Los propósitos de la definición son múltiples: aumentar el vocabulario, eliminar la ambigüedad, reducir la vaguedad, explicar e influir en actitudes.

3. EL JUICIO

En lógica tradicional se entiende por juicio el acto mental por medio del cual pensamos un enunciado, o el proceso mental por el cual nos formamos una opinión de algo, que un pensamiento que forzosamente es verdadero o falso.

Desde Kant se ha instituido una distinción entre juicios analíticos y juicios sintéticos, los cuales atienden a la inclusión o no inclusión en el sujeto del correspondiente predicado.

Otra clasificación distingue los juicios según la cualidad, la cantidad, la relación y según la modalidad, la relación y según la modalidad. Según la cualidad los juicios pueden ser afirmativos, negativos o indefinidos.

4. LA PROPOSICIÓN

La nación de "proposición" se suele usar muchas veces como sinónimo de "oración declarativa verdadera" o como sinónimo de "enunciado", o bien como el equivalente a las fórmulas bien formadas de los lenguajes formales. Aunque también se suele decir que la proposición es lo expresado por una oración o enunciado, de esta manera, mientras que los enunciados u oraciones son entidades relativas a un lenguaje determinado, la noción de proposición es independiente de todo lenguaje.

Desde este punto de vista, la noción de proposición entendida como el significado de una oración es una noción intencional, por ello se le modela como una función desde mundos posibles en el conjunto de los valores de verdad, es decir, P:W R (verdadero, falso), donde W es el conjunto de mundo posibles.

5. RACIOCINIO

el razonamiento es una operación lógica por medio de la cual, partiendo de uno o más juicios, se derivan necesariamente la validez, la posibilidad o la falsedad de otro juicio distinto. Los juicios en que se basa un razonamiento expresan conocimientos ya adquirido o, por lo menos, postulados como hipótesis.

Los razonamientos se clasifican en inductivos y deductivos. En los razonamientos inductivos, la relación entre los premisas y la conclusión no es necesaria. Es decir, las premisas no ofrecen bases absolutas para la conclusión. La conclusión se sigue parcialmente o probabilísticamente. En cambio, en un razonamiento deductivo la conclusión se sigue absolutamente de las premisas, la relación entre premisas y conclusión es necesaria. “Necesaria quiere decir que no es posible que las premisas sean verdaderas y la conclusión sea falsa.

6.EL SILOGISMO

El Silogismo categórico es una inferencia a partir de dos premisas en la que tanto éstas como la conclusión son proposiciones categóricas. Se trata, pues de un razonamiento deductivo en el que se infiere una conclusión de dos premisas. Se dice que un silogismo categórico está en forma típica cuando sus premisas y su conclusión son todas proposiciones categóricas de forma típica y están dispuestas en un orden específico. De ahí que “el silogismo es un razonamiento que va de lo general a lo particular o singular. Aristóteles nos dice al respecto, que está formado por tres juicios tales que dedos los dos primeros el tercero resulta necesariamente de aquello. Los dos primeros juicios se llaman Premisas y el tercero Juicio que de ellos resulta es la conclusión.”

II- CÁLCULO LÓGICO DE LAS MATEMÁTICAS

1- Distintas Corrientes

En el siglo XIX están presentes dos corrientes, por un lado, Boole y su escuela intentan crear sobre el modelo algebraico un cálculo lógico. Por otro, la escuela italiana (Peano...) persigue la idea de crear un cálculo lógico para la matemática. Esto desemboca en la idea de una axiomática presentada únicamente bajo la forma simbólica. En este sentido, cobra vigor la idea de reemplazar el razonamiento por el cálculo, ahora los símbolos no hacen referencia a nada son los objetos últimos.

El encuentro de la escuela de Boole con la corriente de axiomatización de la geometría es significativo. La lógica se axiomatiza y la axiomática deviene un cálculo.

2- La Axiomatización de la Lógica

El proyecto logicista de Frege, Russell y Whilehead pretendía reducir la matemática a la lógica, estando ésta última axiomatizada. Este es justamente el objetivo de los principios matemático de los dos últimos. Pero el ideal de Russell era el de una lógica absoluta, cuyos principios fueran intelectualmente evidentes, un fundamento último. Son esto, la matemática dejaba de ser hipotético deductiva, volvía a hacer afirmaciones categóricas.

Pero esta perspectiva no fue la que predomino. Hacía 1920, paso con la lógica lo mismo que había pasado con la geometría como consecuencia de su axiomatización, se pluralizó. Se transforma en este sentido en SAF y como tal la lógica clásica no tiene porqué predominar sobre las nuevas lógicas. Ahora bien, ¿ A qué sistema anterior recurre para basar su funcionamiento? ¿No es ella misma el sistema último? Surge entonces la necesidad de una metateoría que dé cuenta de las relacione lógicas mismas con las que la lógica es construida. Pero esta disciplina no puede siempre expresarse en el seno de la misma lógica por ejemplo, la licencia de reemplazar variables en una fórmula no puede ser expresadas en un lenguaje simbólico que no la presuponga. No puede evitarse el recurrir a un nivel superior del lenguaje, el cual se conformará en el seno de la denominada metalógica, la cual no será sino un discurso sobre el cálculo lógico, sobre su sintaxis y las reglas para su interpretación. Estas nociones se tomarán siempre en su sentido intuitivo. De desear la axiomatización de este metalenguaje, nos toparíamos con la necesidad de articular un nuevo metalenguaje del metalenguaje. Nunca podremos eliminar definitivamente la intuición.

3- Propiedades de los Sistemas lógicos

La lógica proposicional es completa y decidible. Es decir, la noción de esquema de argumento de la lógica proposicional válidad es decidible y la tan tologicidad esta toda reflejada en la teorematicidad. La lógica de predicados es completa, pero indecible en su conjunto (Teorema de Church).

Solo es decidible el subconjunto que corresponde a las operaciones con predicados de una sola posición, es decir, de propiedad. Al ser completa, queda claro que existen verdades semánticas, que a la vez son teoremas, pero no existen un procedimiento algo rítmico que nos permita decidir sobre su teorematicidad. Lindstrom probó también que cualquier ampliación de la lógica de predicados inde factiblemente perderá alguna entre dos de sus meta propiedades: la completitud o la expresada en el teorema de Lowenheim, que se refiere a la indiferencia de este lenguaje a los distintos tipos de infinitos. (enumrables y no enumerables). La lógica de orden superior es incompleta. En ella es posible formalizar un sistema como la aritmética (cf. Los axiomas de Peno), haya esencial incompletitud fue testimonial por los descubrimientos de Godel 1931, este era"lógico y matemático checo. Demostró la consistencia de a hipótesis cantoriana del continuo y el teorema y la prueba de la incompletitud semántica (prueba de G). sobre las proposiciones indecibles de los sistemas de matemáticas formal"

III- LA ENSEÑANZA Y LA MOTIVACIÓN PRIMORDIAL DEL QUE HACER MATEMÁTICO.

La cultura griega del siglo G a. de c., en la que se gesto la matemática con característica muy semejantes a las que presenta la que hoy practicamos, poseía un extraordinario entusiasmos por la racionalidad. En ella se da la primaria en las relaciones humanas al convencimiento por persuasión frente a la imposición por la fuerza imperante en civilizaciones más primitivas. Probablemente este amor por la racionalidad fue un elemento importante para el desarrollo de la matemática como ciencia entre ellos. La matemática era un mundo racional en el que el consenso es perfectamente posible.

Los pitagóricos vieron en el quehacer matemáticos algo más. Para ellos la matemática era un camino para penetrar en "las raíces y fuentes de la naturaleza", no era meramente un objeto de estudio sino el centro de un modo de vida científico-religioso. La ,matemática, instrumento para entender como "todo es armonía y número " en el universo, desvela al hombre la armonía que el mismo debe mantener con su entorno.

En el sentir profundo de muchos de los matemáticos de todos los tiempos, sin excluir en muchos casos la connotación religiosa al modo pitagórico, la matemática es ciertamente una forma de creación de belleza intelectual. Entre

Los antiguos eso es bien patente en Platón, los neoplatónicos, la Kalaba.. En el renacimiento se hace obvio en Kepler, que viene a expresar en buena medida el sentir de su tiempo. Entre los matemáticos recientes se puede citar a Poincaré, Hardy, Herman Weyl, como defensores bien explícitos de las profundas conexiones entre matemática y belleza.

En este sentir común de las matemáticas se puede situar tal vez la aportación más profunda de la matemática a la cultura humana, y muy particular a nuestra cultura occidental, como heredera de los griegos. Se trata de la convicción profunda de que el universo es inteligible, y que en unas cuantos aspectos importantes para el bien ser y bien estar del hombre, es inteligle mediante la razón matematizante. La actividad matemática es así una peculiar fusión de reconocimiento del orden presente en el universo y al mismo tiempo de creatividad espontaneidad, liberta, belleza. En esto precisamente estriba su valor educativo más dominio en las destrezas técnicas del oficio, es por eso que “desde el punto de vista de la investigación en al enseñanza y el aprendizaje se hacía cada vez más evidente la necesidad de una aproximación científica, los problemas generados por la comunicación del saber matemático.

Cada vez más se refleja y se afirma que el trabajo d perfeccionamiento de la enseñanza de la matemática no radica sólo, ni esencialmente, en la variación de los currìalas de la asignatura, sino en el mejoramiento de los métodos de enseñanza que se utilizan”

1- La Motivación en el Proceso Didáctico de la Enseñanza de la Matemática

Cuando se prepara una lección de matemática, una de las preocupaciones principales radica en como mantener a los estudiantes interesados en el tema que se va a desarrollar más aún, nos preguntamos como debemos estructurar nuestro discurso didáctico para atraer y mantener la atención de los estudiantes.

En relación con la metodología utilizada se ha indicado que sea cual fuere su nivel de conocimientos de los alumnos y alumnas, el empleo cuidadosamente planificado de rompecabezas y juegos matemáticos puede contribuir a clarificar las ideas del programa y desarrollar el pensamiento lógico, porque “el objetivo de la lógica matemática es cuestionar con el mayor rigor los conceptos y las reglas de deducción utilizados en matemáticas, constituyendo la lógica por ello una verdadera meta matemática. Una teoría matemática considera objetos definidos (enteros, por ejemplo) y define leyes que relacionan a estos objetos entre sí (los Axiomas de la teoría). De las axiomas se deducen nuevas proposiciones (los teoremas), y a veces, nuevos objetos. La construcción de sistemas formales (formalización), piedra, angular de la lógica matemática, permite eliminar la arbitrariedad en la relación de los axiomas y definir explicita y exhaustivamente las reglas de la deducción matemática”. Todos estos tipos de actividades obligan a pensar en los números y en los procesos matemáticos de un modo bastante distinto del que suele encontrarse en las aplicaciones habituales en estas asignaturas y contribuyen así al incremento dela confianza y la comprensión.

Por otra parte, es labor del docente en matemática buscar estrategias que motiven al estudiante a estudiar matemática. Son muchos los esfuerzos que se han planteado a través de tiempo pero el que mejor plantea la posibilidad de motivar a los estudiantes es la creación de los clubes de matemática en escuelas primarias y colegios secundaria. Este tipo de estrategia no solo permite presentar al estudiante en otros temas de matemática que son interesantes y que al estar fuera del currículo formal del curso, libera al estudiante de la preocupación de tener que aprenderlo sino que se presenta como un entretenimiento y por tanto una actividad de carácter lúdico.

Desgraciadamente, en nuestro sistema educativo, esta práctica ha caído en desuso debido en parte a la falta de una cultura matemática de los profesores que les permita programar actividades interesantes para los alumnos y en parte por el exceso de trabajo a que están sometidos los profesores. Sin embargo, es necesario realizar esfuerzos por rescatar esta componente de la enseñanza de la matemática que sin lugar a duda es una estrategia importante en el proceso de enseñanza-aprendizaje.

2. Las Curiosidades Matemáticas en un contexto Lúdico de la Enseñanza de la Matemática.

Podríamos decir, a manera de definición, que una curiosidad matemática en un resultado de la teoría que por su naturaleza causa algún tipo de admiración o asombro. En algunos casos, porque se nota cierta “belleza estética” en otros por lo sorprendente del resultado y en otros simplemente porque resulta entretenida verificar la veracidad de la afirmación.

El motivo que capta la atención de una proposición matemática que pudiéramos catalogar como una curiosidad, en el hecho de que contiene algunos de los rasgos propios de os juegos de entretenimiento dado que su observación implica enfrentarse de manera de aprendizaje, presenta situaciones de reto al ingenio personal, genera cierto nivel de tensión e incertidumbre pero sobre todo de placer. Por lado, cuales resultados podemos considerar como curiosidades y Cuáles no es una interrogante no tan fácil de dilucidar. En ocasiones esto depende del nivel de interés que se muestre por el resultado. Sin embargo, como todo juego, un acertijo matemático, requiere de destreza mental para su solución, es por eso que la lógica matemática, la cual se reduce a un símbolo riguroso, se apoya en las leyes fundamentales del pensar formulados e investigar por la lógica tradicional. Dentro de los aspectos importantes de la lógica símbolica tenemos la expresión de las relaciones y conexiones entre los juicios por medio de fórmulas matemáticas, lo cual elimina imprecisiones y anfibiologías del lenguaje. En cuanto al problema de la verdad, lógica símbolica o matemática determina la verdad o falsedad de un enunciado molecular o compuesto está en razón de la verdad o falsedad de los mismos enunciados teóricos que de cuenta de la construcción del conocimiento matemático en situaciones escolares. Entre las naciones más importantes se encuentra el colectivo. Su importancia consiste en las aplicaciones sobre el conocimiento individual, una vez que se reconoce que un colectivo cuenta con mecanismo para construir conocimiento, es decir, como incide el colectivo en el individuo.

Cabe mencionar que en otras disciplinas como la psicología, han desarrollado teorías cognitivas, donde los fundamentos los han encontrado en el contexto social. Todas las actividades cognoscitivas fundamentales se formulan en la historial social y se produce de acuerdo a las formas de producción de su desarrollo sociohistórico. Esto quiere decir que las habilidades practicadas en las instituciones sociales donde el individuo crece. Así la historia de la sociedad en la que el hombre crece y la historia de su desarrollo, en el marco de sus experiencias en esa sociedad, modelen los estilos que usarán para pensar.

Hemos trazado un eje que nos provee de ciertas nociones teóricas necesarias para precisar algunos aspectos sobre el fenómeno de la enseñanza de las matemáticas en le nivel primario y secundario de nuestro sistema educativo, enfocado en este contexto.

Efectivamente, la enseñanza de las matemáticas en el nivel superior cuenta con componentes peculiares propias de esa enseñanza, entre las más evidentes se encuentran, los contenidos del análisis matemático y la madurez de los estudiantes.

Entre los componentes han sido articulados a través de aproximaciones diversas de estudio y diferentes perspectivas considerando tres grandes dimensiones, a saber, la didáctica, la cognoscitiva y epistemológica. Así las tareas de cada una de estas dimensiones, respectivamente, consisten en proveer de parámetros que controlan bajo situaciones escolares, los procesos a adquisición y transmisión de los diferentes contenidos programáticos de matemáticas. Sin embargo, esa tarea no podría realizarse si no cuenta con un conocimiento sobre como vive la matemática en la mente del estudiante y un aspecto sobre su evolución de ese contenido matemático.

En este sentido, un aspecto a considerar, dado el eje escrito, son las confrontaciones entre las definiciones matemáticas y las situaciones escolares de las matemáticas: definiciones matemáticas contra situaciones escolares de las matemáticas.

Este comportamiento refleja posiciones epistemológicas de la matemática y algunas veces ignorancia epistemológicas, sin embargo la contratación demanda precisión sobre los dos elementos (definición y situación) y sobre la naturaleza de su posible conexión.

Así, la posibilidad de una definición formal y la deducción son factores que distinguen el pensamiento de la matemática avanzada. Sin embargo, una presentación lógica puede no ser apropiada para el desarrollo cognitivo del aprendizaje. Entonces, se buscan consideraciones no en la lógica y en los efectos de las evidencias, sino más bien en las formas en las relaciones coherentes son construidas en las investigaciones matemáticas y las implicaciones de cómo estas deben de ser implantadas en la enseñanzas y aprendizaje.

CONCLUSIONES

- La lógica muestra un devenir histórico muy interesante, naciendo de la fuerte formalización de las matemáticas de los griegos, que fue impactada, como muchas ciencias, por el pensamiento de la Edad Media, donde la religión se anteponía a todo, pero el ímpetu de la mente de los filósofos renacentistas ayudó a retomar su desarrollo. No cabe duda que la lógica tiene impacto fundamental, como ciencias de las ciencias, en el pensamiento contemporáneo, y que el nacimiento de la tecnología computacional debe mucho al desarrollo del formalismo lógico de principio de siglo.

- El presente trabajo tiene como objeto concienzar a los maestros y profesores, ya que el documento a ser realizado debe estar vinculado con la formación crítica y con la capacidad de raciocinio del ser humano. La velocidad de las transformaciones impuestas por el desenvolvimiento técnico deja cada vez más clara la necesidad que el hombre del siglo XXI tiende a comportarse de forma crítica. Cabe a la educación buscar la forma que tome vial y concreta esta exigencia real.
- Se pretende explicar el fenómeno analizando rendimiento académico asociado a la implementación de una estrategia metodológica que ayude a ejercitar una metodología más participativa y el uso de material didáctico que le permitirá al estudiante avanzar a su propio ritmo y además servir de apoyo a la labor docente.

BIBLIOGRAFÍA

Ortiz, B. Julio César, Lógica e Introducción al Método Científico, aprobado por el Ministerio de Educación, Panamá, año 1994.

Océano Uno Color, Diccionario Enciclopédico, Edición Milenio, año 1997.

Kentish P., Rolando, Innovaciones educativas en enseñanzas de las matemáticas, Colón, Julio de 1998.

Santos Trigo, La resolución de problemas en el Aprendizaje de las matemáticas. México, Cinvestav, Departamento de Matemáticas Educativas, 1994.

Ostr E. Geisler, Metodología de la Enseñanza de la Matemática, La Habana Ed. Pueblo y Educación, 1992.