La anualidad y su forma de calcularla

En los negocios, es frecuente que los pagos periódicos de las renta de terreno, edificios y oficinas cuyos alquiler se paga al principio de período y las ventas a plazos suelen estipular y efectuar una serie de pagos al comienzo de cada periodo convenidos en el contrato de venta

El objetivo primordial de este trabajo es interesar a los profesionales y estudiantes en administración y finanzas, en el área de las matemáticas financieras, en el análisis de la estructura financiera de una empresa, Para lograr esto es importante tener conocimiento de los avances en el área financiera, es necesario que dominen las técnicas más actualizadas para el estudio analítico del dinero y su valor en el tiempo; esto les permitirá un dominio de la información financiera como insumo para el proceso de toma de decisiones.

I. ANUALIDADES

A. Definición:

Se denomina anualidad a un conjunto de pagos iguales realizados a intervalos iguales de tiempo; no siempre se refiere a periodos anuales de pago.

Algunos ejemplos de anualidades son:
· Los pagos mensuales por renta.
· El cobro quincenal o semanal de sueldos.
· Los abonos mensuales a una cuenta de crédito.
· Los pagos anuales de primas de pólizas de seguro de vida.

B. Tipos de Anualidades:

La variación de los elementos que intervienen en las anualidades hace que existan diferentes tipos y se clasifican por criterios:

- ***De acuerdo a las fechas de iniciación y de terminación de las anualidades son***:

ANUALIDADES CIERTAS.
ANUALIDAD CONTINGENTE

- De acuerdo a los intereses, o mejor dicho, a su periodo de capitalización, las anualidades se clasifican en:

SIMPLES

GENERALES*.*

-De acuerdo con los pagos las anualidades son:

VENCIDAS

ANTICIPADAS

-De acuerdo al momento en que se inician:

INMEDIATAS.

DIFERIDAS.

II. ANUALIDADES ANTICIPADAS

A. Concepto:

Es una anualidad cuyo pago periódico vence al principio del intervalo de pago. El pago de la renta de una casa es un ejemplo de anualidad anticipada.

El plazo de la anualidad anticipada se define como el intervalo que va desde la fecha del primer pago hasta el término del período de pago anterior a la fecha del último pago

B. Símbolos

Todos los símbolos utilizados en las anualidades anticipadas tienen el mismo significado que el definido en las anualidades ordinarias, así:

R = pago periódico o renta

I = tasa efectiva por periodo de capitalización

j = tasa nominal anual

m = numero de capitalizaciones en el año

j(m) = tasa nominal con m capitalizaciones en el año

n = numero de periodos de pago

S = monto de una anualidad

A = valor actual o presente de una anualidad

C. Formas de calcular monto y valor:

Existen diferentes formas para calcular, tanto el monto, como el valor actual de las anualidades anticipadas, mencionares dos formas que consideramos las mas simples y

Las de mayor utilidad en el planteamiento de los problemas.

Sea el diagrama de una anualidad anticipada de R por periodo.

Monto	Valor Actual
$M= R[(1+i)^n - 1]$	$C = R[1- (1+i)^{-n}]$
------------	-----------
i	i

Monto

Ejemplo- Que cantidad se acumularía en un semestre si se depositaran $ 100,000 al finalizar cada mes en una cuenta de inversiones que rinde 36% anual convertible mensualmente.

Al ser una tasa anual convertible mensualmente tenemos:

36/100/12 = .03 i = .03   n = 6

Como lo que se trata es de conocer lo que se acumula en un lapso de tiempo (en este caso 6 meses y en lo que existe una cantidad constante "anualidad " a abonarse a la operación) por lo tanto estamos hablando de conocer un monto y en consecuencia la formula que utilizaremos es :

$M = R [(1 + i)^n - 1]$ $\quad$ $M = 100\,000 [(1 + .03)^6 - 1]$
------------ $\quad$ ----------------
i $\quad$ .03

Luego tenemos que 100 000 [6.468409] = 646 840.98

Lo anterior también se pudo haber resuelto por medio de la formula de interés compuesto donde tenemos: $M = C (1 + i)^n$

Observando el diagrama de tiempo y valor de la parte superior podemos deducir que los primeros 100, 000 pesos ganan interés por meses, los siguientes por 4,3,2,1 y los últimos no ganan interés sino que solo se suman al monto por lo cual podemos decir :

$M = 100\,000 (1 + .03)^5 = 115\,927$
$M = 100\,000 (1 + .03)^4 = 112\,551$

$M = 100\,000 (1 + .03)^3 = 109\,273$

$M = 100\,000 (1 + .03)^2 = 106\,090$

----
546 841
+ 100 000 los últimos 100 000 que no ganan interés tenemos

646 841 (esto esta redondeado por los cual es diferente al valor obtenido arriba en 2 centavos).

Una manera mas de realizar lo anterior seria mediante la formula del interés compuesto llevando el interés acumulado en cada semestre mas el deposito (100 000) que se hacen al final de cada semestre:

Tiempo	Cantidad	Monto
Final 1er mes	100 000	100 000
Final 2do mes	$100\ 000(1+ .03)^1+100\ 000$	203 000
Final 3er mes	$203\ 000(1 + .03)^1 + 100\ 000$	309090
Final 4to mes	$309090(1 + .03)^1 + 100\ 000$	418 362.7
Final 5to mes	$418\ 362.7(1 + .03)^1 + 100\ 000$	530 913.58
Final 6to mes	$530\ 913.58\ (1 + .03)^1 + 100\ 000$	646 840.98

<u>Valor</u>

Ejercicio- Encuéntrese el importe pagado, en valor actual por un aparato electrónico por el cual se entrego un enganche de $ 1 400 pesos, se hicieron 7 pagos mensuales vencidos por $ 160 y un ultimo pago al final del octavo mes por $ 230, si se considera un interés del 27% anual con capitalización mensual.

Para resolver este problema nos damos cuenta que el enganche es valor actual así que necesitamos conocer el valor actual de cada uno de los siete pagos (iguales 160,) y el octavo que es mayor para lo cual haremos uso de la formula que nos permite calcular el valor actual de anualidades y la formula que nos permite conocer el valor actual de un monto (230) a una tasa de interés (27% anual convertible mensualmente) en un lapso de tiempo (8).

Solución es igual a:

a) El enganche
b) El valor actual de la anualidad con renta de 160
c) El valor actual del pago final

b) Usando la formula para el calculo de anualidades tenemos
i = 27/100/12 = 0.0225
n = 12

$$C = \frac{R[\ 1- (1+i)^{-n}\ ]}{i} \qquad \frac{160[\ 1 - (1+0.0225)^{-7}]}{0.0225}$$

C = 160 (6.410246) = 1025.64

c) Usando la formula para calculo de capital o valor actual del interés compuesto tenemos :

$$C = \frac{M}{(1+i)^n} = \frac{230}{(1+0.0225)^8} = \frac{230}{1.19483114}$$

C = 192.50

Sumando los tres importes tenemos 1400 + 1025.64 +192.50 = $ 2 618.14
que corresponde al valor actual pagado por el aparato electrónico.

Anualidades anticipadas que se pagan con menos frecuencia que la convertibilidad de la tasa:

El valor presente de una anualidad que paga un peso al inicio de cada k periodos de conversión de la tasa de interés durante n periodos de conversión es:

$1 + v^k + v^{2k} + \ldots + v^{n-k}$

$1 - V^n = a_n$

$1 - v^k = a_k$

$= Y\ a_n$

Acumulando:

$a_k (1 + i)^n S_n = a_k$

En ocasiones las perpetuidades se pueden pagar también menos frecuentemente que la convertibilidad de la tasa, el valor presente de un perpetuidad de ese tipo es:

Anualidades anticipadas que se pagan más frecuentemente que la convertibilidad de la tasa:

Es el valor presente de una anualidad que paga 1/m al inicio de cada m-esimo de conversión de la tasa de interés durante un total de n periodos de conversión:

Ejemplo:

Una persona arrienda una casa en $50.000 pagaderos por mes anticipado. Sí tan pronto como recibe el arriendo lo invierte en un fondo que le paga el

2% efectivo mensual. ¿Cuál será el monto de sus ahorros al final del año?

SOLUCIÓN:

X= 50.000¨S 12¬2%(1.02)

X= 684.016.58

Ejemplos de anualidades anticipadas

1. Cuanto se requeriría depositar semanalmente empezando hoy para juntar un monto de $462,2791 si se considera una taza del 40% capitalizable semanalmente y si los depósitos se van a hacer durante 6 semanas.

R= Mi / ((1+i)n-1)(1+i)
R= 75(.4/52) / ((1+.4/52)6 (1+.4/52)
R= (3.555993077) / (.047412503)
R= $75.00012

2. Cuánto requeriría el día de hoy para hacer los pagos de $75 semanales empezando hoy, durante 6 semanas, considerando un 40% capitalizable semanalmente?

A= (R 1-(1+i)-n) / i) (1+i)
A= (75 1-(1+.4/52)-6) / (.4/52)) (1+.4/52)
A= (3.39615) / (.4/52)
A= 441.4995

3. Deposita $75 semanales empezando el día de hoy, a una taza del 40% capitalizable semanalmente ¿Cuanto tendrá dentro de 6 semanas?

M= ((R(1+i)n-1) / (i)(1+i)
M= ((75(1+.4/52)6-1) / .(4/52)) (1+.4/52)
M= 462.2791

4. Se obtuvo un monto de $730.8895224 en pagos mensuales de $50 durante un año ¿Qué tasa de interés se aplico?

730.88955224 / (50 * 1.03) = (1 + i)12 - 1 / i
14.19202956 = (1 + 0.029)12 - 1 / 0.029
= 14.11167215
14.19202956 = (1 + 0.031)12 - 1 / 0.031
= 14.27292514
i = 2.99999%

5. Una persona deposita en una cuenta de ahorros $50 al principio de cada mes. Si la cuenta le paga un 3% mensual de interés. ¿Cuánto habrá ahorrado durante el primer pago?

M= ((R(1+i)n-1) / i) (1+i)
M= ((50(1 + 0.03)12 - 1) / (0.03)) (1.03)
M= $730.8895224

6. Cuanto tendrá que depositar mensualmente durante un año empezando hoy para juntar $730.8895224 si se considera una taza interés de 3% capitalizable mensualmente.

R= Mi / ((1+i)n-1)(1+i)
R= 50 (0.03) / ((1.03)12 (1.03)
R= $50

7. Qué tiempo ocupará para juntar $730.8895224 si deposita $50 mensuales con un interés de 3% capitalizable mensualmente.

n= _log ((Mi/R(1+i)) + 1)
log(1+i)

n= __log((730.88995224 * (0.03) / 50(1.03)) + 1)
log(1.03)
n= log(1.425760887) / log(1.03)
n= 12 meses

8. En cuanto tiempo obtendrá un monto de $462.2791 haciendo depósitos semanales de $75 al 40% capitalizable semanalmente.

n= _log((Mi/R(1+i)) + 1)_

log(1+i)

n= __log((462.27(.4/52)/75(1+.4/52)) + 1)__
log(1+.4/52)
n= (.019967963) / (3.327943348-3)
n= 6.00009 semanas

CONCLUSION

Como pudimos observar la matemáticas financieras es una herramienta fundamental en el análisis y en la gestión financiera, la claridad en sus conceptos permiten al administrador financiero tomar decisiones de forma rápida y acertada al igual a los estudiantes que están en la carrera de finanzas y banca, economía ha estar preparado para el futuro, como analistas y empresarios en un periodo determinado de tiempo.

Debemos introducir a todas las personal interesadas en el ares de las matemáticas financieras en el análisis de la estructura financiera de la empresa e ir completando una serie de escritos con los cuales se pueda hacer un compilado de temas con los cuales se pueda completar el cometido inicial.

BIBLIOGRAFIA

Frank Ayres, Jr. Ph, D. MATEMATICAS FINANCIERAS, Teorías y Problemas, Editorial McGraw Hill

www.Google.com

www.altavista.com